No. of Printed Pages : **16**

1314 (NP)

A

റെജിസ്റ്റർ നമ്പർ
Register Number

PART - III

ഗണിതശാസ്ത്രം / MATHEMATICS

(മലയാളം, ഇംഗ്ലീഷ് ഭാഷാന്തരണം / Malayalam & English Version)

സമയപരിധി : 2.30 മണിക്കൂർ] [പരമാവധി മാർക്ക് : 90

Time Allowed : 2.30 Hours] [Maximum Marks : 90

നിർദ്ദേശങ്ങൾ : (1) ചോദ്യക്കടലാസ്സിലെ അച്ചടിയുടെ ഗുണനിലവാരം പരിശോധിക്കുക. എന്തെങ്കിലും ന്യൂനതകളുണ്ടെങ്കിൽ ഹാൾ സൂപ്പർവൈസറുമായി ബന്ധപ്പെടുക.

(2) എഴുതുവാനും അടിവരയിടുവാനും **കറുപ്പോ നീലയോ** നിറത്തിലുള്ള മഷിമാത്രം ഉപയോഗിക്കുക. ചിത്രങ്ങൾ വരയ്ക്കുവാൻ പെൻസിൽ ഉപയോഗിക്കാം.

Instructions : (1) Check the question paper for fairness of printing. If there is any lack of fairness, inform the Hall Supervisor immediately.

(2) Use **Blue** or **Black** ink to write and underline and pencil to draw diagrams.

ഭാഗം - I / PART - I

കുറിപ്പ് : (i) **എല്ലാ** ചോദ്യങ്ങൾക്കും **നിർബന്ധമായും** ഉത്തരം എഴുതിയിരിക്കണം. **20x1=20**

(ii) തന്നിരിക്കുന്ന **നാല്** ഉത്തരങ്ങളിൽനിന്ന് ഏറ്റവും യോജിച്ച ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്ത് ഉത്തരവും ഓപ്ഷൻ കോഡും എഴുതുക.

Note : (i) **All** questions are **compulsory**.

(ii) Choose the most appropriate answer from the given **four** alternatives and write the option code and corresponding answer.

[മറുപുറം / Turn over

1. 28 എന്ന സംഖ്യയുടെ 11-ാം വർഗ്ഗമൂലത്തിന്റെ എറർ ശതമാനം ഏകദേശം 28ലെ ശതമാന എററിന്റെ __________ മടങ്ങാണ്.

(1) 11 (2) 28 (3) $\frac{1}{28}$ (4) $\frac{1}{11}$

The percentage error in the 11th root of the number 28 is approximately __________ times the percentage error in 28.

(1) 11 (2) 28 (3) $\frac{1}{28}$ (4) $\frac{1}{11}$

2. $5x-2y+4k=0$ എന്ന രേഖ $4x^2-y^2=36$ ന് സ്പർശരേഖയാണ് എങ്കിൽ k ആണ് :

(1) $\frac{9}{4}$ (2) $\frac{81}{16}$ (3) $\frac{4}{9}$ (4) $\frac{2}{3}$

The line $5x-2y+4k=0$ is a tangent to $4x^2-y^2=36$, then k is :

(1) $\frac{9}{4}$ (2) $\frac{81}{16}$ (3) $\frac{4}{9}$ (4) $\frac{2}{3}$

3. യൂണിറ്റിയുടെ ഘനമൂലത്തിന്റെ മൾട്ടിപ്ലിക്കേറ്റീവ് ഗ്രൂപ്പിൽ ω^2 ന്റെ നിലയാണ് : [ω യൂണിറ്റുകളുടെ ഒരു സംയുക്ത ഘനമൂലമാണ്]

(1) 2 (2) 1 (3) 4 (4) 3

In the multiplicative group of cube root of unity, the order of ω^2 is : [ω is a complex cube root of unity]

(1) 2 (2) 1 (3) 4 (4) 3

4. മീനിന്റെ സാധാരണ നിയമത്തിൽ നിർവചിച്ചിരിക്കുന്ന രണ്ട് ഫങ്ഷനുകളാണ് $f(x)$, $g(x)$ എന്നിവ എങ്കിൽ മീനിന്റെ സാധാരണ നിയമത്തിന് മീനിന്റെ ലെഗ്രാൻജെ നിയമം ഒരു പ്രത്യേകതയാകുന്നത് :

(1) $f'(x)=0$

(2) $g'(x)=0$

(3) $g(x)$ ഒരു അനന്യ ഫങ്ഷൻ

(4) $f(x)$ ഒരു അനന്യ ഫങ്ഷൻ

If $f(x)$ and $g(x)$ are two functions as defined in Generalized law of mean then Lagrange's law of mean is a particular case of Generalised law of mean for :

(1) $f'(x)=0$

(2) $g'(x)=0$

(3) $g(x)$ is an identity function

(4) $f(x)$ is an identity function

5. $-x-iy$ ആദ്യ ചതുർത്ഥാംശത്തിലാണെങ്കിൽ $-ix+y$ കിടക്കുന്നത് :

(1) മൂന്നാം ചതുർത്ഥാംശം (2) നാലാം ചതുർത്ഥാംശം

(3) ആദ്യ ചതുർത്ഥാംശം (4) രണ്ടാം ചതുർത്ഥാംശം

If $-x-iy$ lies in the first quadrant, then $-ix+y$ lies in the :

(1) third quadrant (2) fourth quadrant

(3) first quadrant (4) second quadrant

6. ഒരു ടോട്ടോളജി തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ ഏതാണ്?

(1) $p \vee (\sim p)$ (2) $p \wedge (\sim p)$ (3) $p \vee q$ (4) $p \wedge q$

Which of the following is a tautology ?

(1) $p \vee (\sim p)$ (2) $p \wedge (\sim p)$ (3) $p \vee q$ (4) $p \wedge q$

7. ക്രമമല്ലാത്ത (റാൺഡം) ഘടകമായ X ന്റെ വേരിയൻസ് 4 ആണ്. അതിന്റെ മീൻ 2 ആണ്. എങ്കിൽ $E(X^2)$ ആണ് :

(1) 6 (2) 8 (3) 2 (4) 4

Variance of the random variable X is 4. Its mean is 2. Then $E(X^2)$ is :

(1) 6 (2) 8 (3) 2 (4) 4

8. $\vec{r} = s\vec{i} - t\vec{k}$ എന്നത് __________ ന്റെ സമവാക്യമാണ്.

(1) yz - പ്രതലം

(2) xz - പ്രതലം

(3) $\vec{i}$, $\vec{k}$ എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന ഒരു നേർരേഖ

(4) xy - പ്രതലം

$\vec{r} = s\vec{i} - t\vec{k}$ is the equation of :

(1) yz - plane

(2) xz - plane

(3) a straight line joining the points $\vec{i}$ and $\vec{k}$

(4) xy - plane

9. $y = x^{\frac{1}{3}}$ എന്ന കർവിന് തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ ശരിയായ പ്രസ്താവന ഏത്?

(1) കർവിന്റെ വക്രതാ ബിന്ദു y'' അല്ല ഉള്ളത്

(2) കർവിന് ഒന്നിലധികം വക്രതാ ബിന്ദുക്കൾ ഉണ്ട്

(3) കർവിന് വക്രതാ ബിന്ദു ഇല്ല

(4) കർവിന്റെ വക്രതാ ബിന്ദു $y''=0$ യിലാണ്

Which one of the following statements is true about the curve $y = x^{\frac{1}{3}}$?

(1) The curve has a point of inflection in which y'' does not exist

(2) The curve has more than one point of inflection

(3) The curve has no point of inflection

(4) The curve has a point of inflection in which $y''=0$

10. $z_1=1+2i,\ z_2=1-3i,\ z_3=2+4i$ എങ്കിൽ അർഗാൻഡ് ചിത്രത്തിലെ $z_1z_2z_3,\ 2z_1z_2z_3,\ -7z_1z_2z_3$ ബിന്ദുക്കൾ സൂചിപ്പിക്കുന്നത് :

(1) ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷകങ്ങൾ

(2) രേഖീയം

(3) ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷകങ്ങൾ

(4) ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷകങ്ങൾ

If $z_1=1+2i,\ z_2=1-3i$ and $z_3=2+4i$ then, the points on the Argand diagram representing $z_1z_2z_3,\ 2z_1z_2z_3,\ -7z_1z_2z_3$ are :

(1) Vertices of an isosceles triangle

(2) Collinear

(3) Vertices of a right angled triangle

(4) Vertices of an equilateral triangle

11. ഹോമോജീനിയസ് വ്യവസ്ഥയിൽ അജ്ഞാതമായവയുടെ എണ്ണത്തേക്കാളും കുറവാണ് ρ(A), എങ്കിൽ വ്യവസ്ഥയ്ക്കുണ്ട് :

(1) നിസ്സാരമല്ലാത്ത ഘടകങ്ങൾ മാത്രം

(2) ഒരു ഘടകവുമില്ല

(3) നിസ്സാരമായ ഘടകങ്ങൾ

(4) നിസ്സാരമായ ഘടകങ്ങളും നിസ്സാരമല്ലാത്ത അനന്തമായ ഘടകങ്ങളും

In the homogeneous system ρ(A) is less than the number of unknowns, then the system has :

(1) only non-trivial solutions

(2) no solution

(3) only trivial solution

(4) trivial solution and infinitely many non-trivial solutions

12. $y = cx - c^2$ എന്ന പൊതുമൂല്യമുള്ള ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യമാണ് :

(1) $y' = c$ (2) $(y')^2 + xy' + y = 0$

(3) $(y')^2 - xy' + y = 0$ (4) $y'' = 0$

$y = cx - c^2$ is the general solution of the differential equation :

(1) $y' = c$ (2) $(y')^2 + xy' + y = 0$

(3) $(y')^2 - xy' + y = 0$ (4) $y'' = 0$

13. $y' + (y'')^2 = x(x + y'')^2$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ നിലയും ഡിഗ്രിയുമാണ് :

(1) 1, 2 (2) 1, 1 (3) 2, 2 (4) 2, 1

The order and degree of the differential equation $y' + (y'')^2 = x(x + y'')^2$ are :

(1) 1, 2 (2) 1, 1 (3) 2, 2 (4) 2, 1

14. $\int_{0}^{\pi/2} \frac{\tan x - \cot x}{1 + \tan x \cot x} dx$ ന്റെ വിലയാണ് :

(1) $\frac{\pi}{4}$ (2) π (3) $\frac{\pi}{2}$ (4) 0

The value of $\int_{0}^{\pi/2} \frac{\tan x - \cot x}{1 + \tan x \cot x} dx$ is :

(1) $\frac{\pi}{4}$ (2) π (3) $\frac{\pi}{2}$ (4) 0

15. ഒരു പോയിസൺ ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷനിൽ $P(X=2)=P(X=3)$ എങ്കിൽ അതിന്റെ പരാമീറ്റർ λ യുടെ വിലയാണ് :

(1) 3 (2) 0 (3) 6 (4) 2

In a Poisson distribution if $P(X=2)=P(X=3)$ then, the value of its parameter λ is :

(1) 3 (2) 0 (3) 6 (4) 2

16. x-അക്ഷത്തിന് $x=-2$, $x=2$ ലുള്ള $x^2+y^2=4$ നാൽ ചുറ്റപ്പെട്ടിരിക്കുന്ന ഭാഗത്തെ ഘനത്തിന്റെ കറങ്ങലിന്റെ പ്രതലവിസ്തീർണ്ണമാണ് :

(1) 64π (2) 32π (3) 8π (4) 16π

The surface area of the solid of revolution of the region bounded by $x^2+y^2=4$, $x=-2$ and $x=2$ about x-axis is :

(1) 64π (2) 32π (3) 8π (4) 16π

17. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}, |\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, |\vec{c}| = 5$ എങ്കിൽ $\vec{a}$ യും $\vec{b}$ യും തമ്മിലുള്ള കോണാണ് :

(1) $\frac{5\pi}{3}$ (2) $\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{6}$ (4) $\frac{2\pi}{3}$

If $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}, |\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, |\vec{c}| = 5$ then, the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is :

(1) $\frac{5\pi}{3}$ (2) $\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{6}$ (4) $\frac{2\pi}{3}$

18. പരാബോള $y^2 = 12x$ നെ ഏതെങ്കിലും ഫോക്കൽ ഞാണിന്റെ അറ്റത്തുള്ള സ്പർശരേഖകൾ ഛേദിക്കുന്ന രേഖയാണ് :

(1) $y+3=0$ (2) $y-3=0$ (3) $x-3=0$ (4) $x+3=0$

The tangents at the end of any focal chord to the parabola $y^2 = 12x$ intersect on the line :

(1) $y+3=0$ (2) $y-3=0$ (3) $x-3=0$ (4) $x+3=0$

19. ഓർഡർ 3 ഉള്ള $k \neq 0$ ആയ ഒരു സ്കേയിലാർ മാട്രിക്സാണ് A. എങ്കിൽ A^{-1} ആണ് :

(1) $\frac{1}{k}I$ (2) kI (3) $\frac{1}{k^2}I$ (4) $\frac{1}{k^3}I$

If A is a scalar matrix with scalar $k \neq 0$, of order 3, then A^{-1} is :

(1) $\frac{1}{k}I$ (2) kI (3) $\frac{1}{k^2}I$ (4) $\frac{1}{k^3}I$

20. വ്യാപ്തത്തിന്റെ അതേ നിരക്കിൽ ആരവും വർദ്ധിക്കുമ്പോൾ ഗോളത്തിന്റെ പ്രതലവിസ്തീർണ്ണമാണ് :

(1) 4π (2) $\frac{4\pi}{3}$ (3) 1 (4) $\frac{1}{2\pi}$

The surface area of a sphere when the volume is increasing at the same rate as its radius, is :

(1) 4π (2) $\frac{4\pi}{3}$ (3) 1 (4) $\frac{1}{2\pi}$

ഭാഗം - II / PART - II

കുറിപ്പ് : (i) **ഏതെങ്കിലും ഏഴ്** ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക. **7x2=14**

(ii) **30** -ാമത്തെ ചോദ്യത്തിന് **നിർബന്ധമായും** ഉത്തരമെഴുതണം.

Note : (i) Answer **any seven** questions.

(ii) Question number **30** is **compulsory.**

21. ഓരോ വിഭാഗത്തിലെയും നാണയങ്ങളുടെ എണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കാൻ തന്നിരിക്കുന്ന സന്ദർഭത്തിന് അനുയോജ്യമായ വ്യവസ്ഥയുടെ സമവാക്യങ്ങൾ എഴുതുക :

"₹ 1, ₹ 2, ₹ 5 എന്നീ മൂന്ന് തരം നാണയങ്ങൾ ഒരു സഞ്ചിയിൽ ഉണ്ട്. ആകെ ₹ 100 തുകയ്ക്കുള്ള 30 നാണയങ്ങൾ ഉണ്ട്."

To find the number of coins, in each category, write the suitable system of equations for the given situation :

"A bag contains 3 types of coins namely ₹ 1, ₹ 2 and ₹ 5. There are 30 coins amounting to ₹ 100 in total."

22. $3\vec{i} + 2\vec{j} + 9\vec{k}$, $\vec{i} + m\vec{j} + 3\vec{k}$ എന്നീ വെക്ടറുകൾ സമാന്തരമാണെങ്കിൽ $m = \frac{2}{3}$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

If the two vectors $3\vec{i} + 2\vec{j} + 9\vec{k}$ and $\vec{i} + m\vec{j} + 3\vec{k}$ are parallel, then prove that $m = \frac{2}{3}$.

23. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n = 1$ എന്നായാൽ ഏറ്റവും ചെറിയ പോസിറ്റീവ് സംഖ്യ n കാണുക.

Find the least positive integer n such that $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n = 1$.

24. തന്നിരിക്കുന്ന സന്ദർഭത്തിനുള്ള ചിത്രം വരയ്ക്കുക :

"ഒരു പരാബോളയുടെ ഫോക്കസിൽ സൂര്യന് ചുറ്റും ഒരു പരാബോളയുടെ ഭ്രമണപഥത്തിൽ ഒരു വാൽനക്ഷത്രം സഞ്ചരിക്കുന്നു. സൂര്യനിൽ നിന്നും വാൽനക്ഷത്രത്തിലേക്ക് 80 കിലോമീറ്റർ ഉള്ളപ്പോൾ, സൂര്യനിൽ നിന്നും വാൽനക്ഷത്രത്തിലേക്കുള്ള രേഖാഖണ്ഡം ഭ്രമണപഥത്തിന്റെ അക്ഷത്തിന് $\frac{\pi}{3}$ റേഡിയൻസിന്റെ കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്നു."

Draw the diagram for the given situation :

"A comet is moving in a parabolic orbit around the sun which is at the focus of a parabola. When the comet is 80 million kms from the sun, the line segment from the sun to the comet makes an angle of $\frac{\pi}{3}$ radians with the axis of the orbit."

25. $f(x) = \sin x$ ന്റെ ക്രിട്ടിക്കൽ സംഖ്യകൾ കാണുക.

Find the critical numbers of $f(x) = \sin x$.

26. $f(x) = x^3 + 1$ എന്ന ഫങ്ഷന്റെ ഡൊമയ്നും എക്സ്റ്റന്റും എഴുതുക.

Write the domain and extent of the function $f(x) = x^3 + 1$.

27. തെളിയിക്കുക : $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1 + \sqrt{\cot x}} = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}}$

Prove that $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1 + \sqrt{\cot x}} = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}}$

28. പൂജ്യമല്ലാത്ത ഭാജ്യ സംഖ്യകളുടെ എല്ലാ കൂട്ടവും സങ്കലനത്തിന് കീഴിൽ വരില്ലെന്ന് കാണിക്കുക.

Show that the set of all non-zero rational numbers is not closed under addition.

29. സാധ്യതാ സാന്ദ്രത നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നത് $f(x) = \begin{cases} 3e^{-3x}, & x > 0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$ എന്നാണെങ്കിൽ

$F(3) = 1 - e^{-9}$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

Prove that $F(3) = 1 - e^{-9}$ if the probability density function $f(x)$ is defined as

$$f(x) = \begin{cases} 3e^{-3x}, & x > 0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$$

30. [1, 6] ൽ $f(x) = |x-2| + |x-5|$ എന്ന ഫങ്ഷന് റോള്ളെസ് സിദ്ധാന്തം ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = |x-2| + |x-5|$ in [1, 6].

ഭാഗം - III / PART - III

കുറിപ്പ് : (i) **ഏതെങ്കിലും ഏഴ്** ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക. **7x3=21**

(ii) **40** -ാമത്തെ ചോദ്യത്തിന് **നിർബന്ധമായും** ഉത്തരമെഴുതണം.

Note : (i) Answer **any seven** questions.

(ii) Question number **40** is **compulsory.**

31. 3 -ാം നിലയിലുള്ള(ഓർഡർ) A, B എന്നീ അനുയോജ്യമായ മെട്രിക്സുകൾ ഉപയോഗിച്ച് $\rho(A) + \rho(B) \neq \rho(A+B)$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

Prove that $\rho(A) + \rho(B) \neq \rho(A+B)$ by giving the suitable matrices A and B of order 3.

32. $4\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $-2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ എന്നീ രണ്ട് വെക്ടറുകൾക്ക് ലംബമായ പരിമാണം 6 വരുന്ന വെക്ടറുകൾ കാണുക.

Find the vectors of magnitude 6 which are perpendicular to both the vectors $4\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ and $-2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$.

33. n ഒരു പോസിറ്റീവ് സംഖ്യയാണെങ്കിൽ

$\left(\frac{1+\sin\theta-i\cos\theta}{1+\sin\theta+i\cos\theta}\right)^n = \cos n\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) - i\sin n\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

If n is a positive integer, prove that

$$\left(\frac{1+\sin\theta-i\cos\theta}{1+\sin\theta+i\cos\theta}\right)^n = \cos n\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) - i\sin n\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$$

34. ഒരു ചതുര ഹൈപ്പർബോളയിലേക്കുള്ള സ്പർശരേഖ അതിന്റെ അസിംപ്റ്റോറ്റസിനെ ഛേദിക്കുന്ന സമ്പർക്ക ബിന്ദുവിൽ അവസാനിക്കുന്നുവെന്ന് തെളിയിക്കുക.

Show that the tangent to a rectangular hyperbola terminated by its asymptotes is bisected at the point of contact.

35. $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ ഇടവേളയിൽ ഫങ്ഷൻ $f(x) = \tan^{-1}(\sin x + \cos x)$, $x > 0$ കണിശമായി വർദ്ധിക്കുന്നുവെന്ന് തെളിയിക്കുക.

Show that the function $f(x) = \tan^{-1}(\sin x + \cos x)$, $x > 0$ is strictly increasing in the interval $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$.

36. $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ ആണെങ്കിൽ $x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} = -f$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

If $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ then, prove that $x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} = -f$.

37. ഇന്റഗ്രേഷൻ ഉപയോഗിച്ച് ഉയരം 'h' ഉം ആരം 'r' ഉം ഉള്ള സിലിണ്ടറിന്റെ വ്യാപ്തത്തിനുള്ള സമവാക്യം അനുമാനിക്കുക.

Derive the formula for the volume of a cylinder with radius 'r' and height 'h' by using integration.

38. $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ ഒരു ടോട്ടോളജിയാണെന്ന് കാണിക്കുക.

Show that $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ is a tautology.

39. ഒരു ഡൈ 120 പ്രവശ്യം എറിയുമ്പോൾ 1 അല്ലെങ്കിൽ 5 കിട്ടിയാൽ വിജയം ആയി കണക്കാക്കുന്നു. വിജയങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ മീനും വേരിയൻസും കാണുക.

A die is thrown 120 times and getting 1 or 5 is considered a success. Find the mean and variance of the number of successes.

40. $yx^3 dx + e^{-x} dy = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ മൂല്യം $(x^3 - 3x^2 + 6x - 6)\, e^x + \log y = c$ എന്ന് കാണിക്കുക.

Show that the solution of the differential equation $yx^3 dx + e^{-x} dy = 0$ is $(x^3 - 3x^2 + 6x - 6)\, e^x + \log y = c$.

ഭാഗം - IV / PART - IV

കുറിപ്പ് : എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരമെഴുതുക **7x5=35**

Note : Answer **all** the questions.

41. (a) μ ന്റെ ഏത് വിലകൾക്കാണ് $x + y + 3z = 0$; $4x + 3y + \mu z = 0$; $2x + y + 2z = 0$ എന്നീ ഹോമോജീനിയസ് സമവാക്യങ്ങളുടെ വ്യവസ്ഥയ്ക്ക്

(i) നിസ്സാരമായ മൂല്യം മാത്രം വരുന്നത്

(ii) അനന്തമായ ധാരാളം മൂല്യങ്ങൾ വരുന്നത്

അല്ലെങ്കിൽ

(b) $\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ എന്ന് വെക്ടർ രീതിയിൽ തെളിയിക്കുക.

(a) For what values of μ the system of homogeneous equations $x + y + 3z = 0$; $4x + 3y + \mu z = 0$; $2x + y + 2z = 0$ have :

(i) only trivial solution

(ii) infinitely many solutions

OR

(b) Prove by vector method that

$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

42. (a) $(-1, 1, -1)$ എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നുപോകുന്ന $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-2}$ എന്ന രേഖയുള്ള പ്രതലത്തിന്റെ കാർട്ടീഷ്യൻ സമവാക്യം കാണുക.

അല്ലെങ്കിൽ

(b) ലഘൂകരിക്കുക : $x^{11} - x^6 + x^5 - 1 = 0$.

(a) Find the cartesian equation of the plane containing the line $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-2}$ and passing through the point $(-1, 1, -1)$.

OR

(b) Solve : $x^{11} - x^6 + x^5 - 1 = 0$.

43. (a) ഒരു എലിപ്സിലെ ഏത് ബിന്ദുവിലേക്കുമുള്ള ഫോക്കൽ ദൂരങ്ങളുടെ തുക പ്രധാന അക്ഷത്തിന്റെ നീളത്തിന് തുല്യമാണെന്ന് കാണിച്ചിട്ട് $\frac{x^2}{\left(\frac{81}{4}\right)} + \frac{y^2}{\left(\frac{45}{4}\right)} = 1$ ആയ ലോക്കസിലെ ബിന്ദു സഞ്ചരിക്കുന്നതിനാൽ (3, 0), $(-3, 0)$ എന്നിവയിൽ നിന്നുള്ള അതിന്റെ ദൂരങ്ങളുടെ തുക 9 ആണ് എന്ന് തെളിയിക്കുക.

അല്ലെങ്കിൽ

(b) 'r' ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിൽ വയ്ക്കാൻ കഴിയുന്ന ഏറ്റവും വലിയ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $2r^2$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

(a) Show that the sum of the focal distances of any point on an ellipse is equal to the length of the major axis and also prove that the locus of a point which moves so that the sum of its distances from (3, 0) and $(-3, 0)$ is 9, is $\frac{x^2}{\left(\frac{81}{4}\right)} + \frac{y^2}{\left(\frac{45}{4}\right)} = 1$.

OR

(b) Prove that the area of the largest rectangle that can be inscribed in a circle of radius 'r' is $2r^2$.

[മറുപുറം / Turn over

44. (a) ഒരു മിസ്സൈൽ ഉതിർക്കുമ്പോൾ തറനിരപ്പിൽ നിന്നും t സെക്കന്റിൽ ലംബമായി മുകളിലേക്ക് x മീറ്റർ ഉയരുകയും $x = 100t - \frac{25}{2}t^2$ ഉം ആണ്. കാണുക:

(i) മിസ്സൈലിന്റെ ആദ്യ പ്രവേഗം

(ii) മിസ്സൈൽ പരമാവധി ഉയരത്തിലെത്തുമ്പോഴുള്ള സമയം

(iii) എത്തുന്ന പരമാവധി ഉയരം

(iv) മിസ്സൈൽ തറയിൽ പതിക്കുമ്പോഴുള്ള പ്രവേഗം

അല്ലെങ്കിൽ

(b) $16x^2 - 9y^2 - 32x - 18y + 151 = 0$ എന്ന ഹൈപ്പർബോളയുടെ ശീർഷകങ്ങൾ, കേന്ദ്രം, ഫോക്കസ്സുകൾ എന്നിവ കണ്ടെത്തി ചിത്രം വരയ്ക്കുക.

(a) A missile fired from ground level rises x metres vertically upwards in t seconds and $x = 100t - \frac{25}{2}t^2$. Find :

(i) the initial velocity of the missile

(ii) the time when the height of the missile is a maximum

(iii) the maximum height reached

(iv) the velocity with which the missile strikes the ground

OR

(b) Find the centre, foci and vertices of the hyperbola $16x^2 - 9y^2 - 32x - 18y + 151 = 0$ and draw the diagram.

A

45. (a) ഒരു പരീക്ഷയിലെ 1000 കുട്ടികളുടെ മീൻ സ്കോർ 34 ഉം സ്റ്റാൻഡേർഡ് ഡീവിയേഷൻ 16 ഉം ആണ്. ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ സാധാരണമാണെന്ന് സങ്കല്പിച്ച് മധ്യത്തിലുള്ള 70% പരീക്ഷാർത്ഥികളുടെ മാർക്കിന്റെ പരിധി കണക്കാക്കുക.

$P[0 < Z < 1.04] = 0.35$

അല്ലെങ്കിൽ

(b) $x = 0$ യിലും $x = \pi$ യിലും കിടക്കുന്ന രേഖകളും $y = \sin x$, $y = \cos x$ എന്ന കർവുകളും തമ്മിലുള്ള വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കുക.

(a) The mean score of 1000 students for an examination is 34 and the standard deviation is 16. Determine the limit of the marks of the central 70% of the candidates by assuming the distribution is normal.

$P[0 < Z < 1.04] = 0.35$

OR

(b) Compute the area between the curve $y = \sin x$ and $y = \cos x$ and the lines $x = 0$ and $x = \pi$.

46. (a) $w = x + 2y + z^2$, $x = \cos t$; $y = \sin t$; $z = t$ എന്നിങ്ങനെയായാൽ ചെയിൻനിയമം ഉപയോഗിച്ച് $\frac{dw}{dt}$ കാണുക. w യിൽ x, y, z എന്നിവയുടെ വില നൽകി $\frac{dw}{dt}$ കണക്കാക്കിയിട്ട് ഉത്തരം ശരിയാണോയെന്ന് പരിശോധിക്കുക.

അല്ലെങ്കിൽ

(b) 100°C താപനിലയുള്ള ഒരു കപ്പ് ചായ 15°C താപനിലയുള്ള മുറിയിൽ വച്ചപ്പോൾ അത് 5 മിനിട്ടിൽ 60°C ആയി തണുക്കുന്നു. വീണ്ടും 5 മിനിട്ട് ഇടവേളയ്ക്ക് ശേഷമുള്ള അതിന്റെ താപനില കാണുക.

(a) If $w = x + 2y + z^2$ and $x = \cos t$; $y = \sin t$; $z = t$ find $\frac{dw}{dt}$ by using chain rule. Also find $\frac{dw}{dt}$ by substitution of x, y and z in w and hence verify the result.

OR

(b) A cup of tea at temperature 100°C is placed in a room whose temperature is 15°C and it cools to 60°C in 5 minutes. Find its temperature after further interval of 5 minutes.

47. (a) ഗ്രൂപ്പുകൾക്ക് ആകെയുള്ള അഞ്ച് സ്വഭാവങ്ങൾ പ്രസ്താവിക്കുക.

അല്ലെങ്കിൽ

(b) ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പൊതുമൂല്യം തെളിയിക്കുക :

$(5D^2-8D-4)\,y = 5\,e^{\frac{-2}{5}x} + 2e^x + 3$ ആണ്

$y = Ae^{2x} + Be^{\frac{-2}{5}x} - \frac{5}{12}xe^{\frac{-2}{5}x} - \frac{2}{7}e^x - \frac{3}{4}$.

(a) State all the five properties of groups.

OR

(b) Prove that the solution of the differential equation :

$(5D^2-8D-4)\,y = 5\,e^{\frac{-2}{5}x} + 2e^x + 3$ is $y = Ae^{2x} + Be^{\frac{-2}{5}x} - \frac{5}{12}xe^{\frac{-2}{5}x} - \frac{2}{7}e^x - \frac{3}{4}$.

- o O o -